

## Clase 3

### La ley de Coulomb

*Ejemplo 3:* Determinar la magnitud de la fuerza electrostática entre el electrón y el protón de un átomo de hidrógeno.

El radio del átomo de hidrógeno llamado radio de Bohr es aproximadamente  $0,53 \times 10^{-10} m$ . Entonces

$$F_E = 9 \times 10^9 \frac{(1,6 \times 10^{-19})^2}{(0,53 \times 10^{-10})^2} N = 8,2 \times 10^{-8} N$$

### Comparación con la ley de gravitación

La interacción electrostática y ley de Coulomb tienen un paralelismo formal muy cercano con la interacción gravitacional y la Ley de Gravitación Universal. Como sabemos hay una cantidad llamada masa gravitacional que tienen los cuerpos y que sirve para cuantificar la intensidad con que interactúan gravitacionalmente entre ellos. La magnitud de la fuerza de interacción entre dos cuerpos de masas  $m_1$  y  $m_2$  en las posiciones  $\vec{r}_1$  y  $\vec{r}_2$  viene dada por la Ley de Gravitación Universal de Newton

$$\vec{F}_{m_1 m_2} = m_1 m_2 G \frac{(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}, \quad \vec{F}_{m_2 m_1} = -\vec{F}_{m_1 m_2}$$

donde  $G = 6,67 \times 10^{-11} \frac{N m^2}{kg^2}$

*Ejemplo 4:* Comparar la magnitud de la fuerza electrostática y la fuerza gravitacional entre el electrón y el protón de un átomo de hidrógeno.

La magnitud de la fuerza gravitacional es

$$\begin{aligned} F_G &= 6,67 \times 10^{-11} \frac{N m^2}{kg^2} \times \frac{9,11 \times 10^{-31} Kg \times 1,6725 \times 10^{-27} Kg}{(0,53 \times 10^{-10})^2} \\ &= 3,618 \times 10^{-47} N \end{aligned}$$

El cociente entre ambas fuerzas  $F_E/F_G = 2,27 \times 10^{39}$  muestra cuanto mas intensa es la fuerza eléctrica.

### La interacción electrostática y las propiedades de la materia

A pesar de ser una propiedad de las partículas elementales que constituyen la materia y por tanto una propiedad en principio asociada directamente a fenómenos microscópicos la carga eléctrica de electrones y protones se hace evidente de forma fácilmente perceptible a nivel macroscópico cada vez que el equilibrio entre el número de partículas cargadas positiva y negativamente, de una porción de materia es afectada. Decimos entonces que la materia deja de ser neutra y pasa a ser cargada.

### Los enlaces químicos

A una escala menor, para átomos y moléculas la atracción y repulsión que ellos experimentan se entiende como el resultado de la interacción electrostática debida a las inhomogeneidades en la nube electrónica alrededor del núcleo. Surge así el concepto de enlace químico entre los átomos que dependiendo de las propiedades de las sustancias participantes puede ser de varios tipos

#### Enlace iónico

Los electrones alrededor de los núcleos se organizan en capas con un número máximo de electrones (2,10,18,36...). Debido a las particularidades de la interacción entre electrones y núcleos que encuentran su explicación en la mecánica cuántica existen configuraciones de electrones más estables que otras. En particular las configuraciones con la capa externa llena lo son. Cuando los átomos de una de las sustancias tiene pocos electrones en la capa externa y los de la otra le faltan pocos para llenar la suya es posible que un átomo de la segunda ceda uno o más electrones a un átomo de la primera. Los átomos quedarán cargados con carga opuesta y se atraerán formando un enlace iónico. Un ejemplo de este tipo de enlace es el que se forma entre metales alcalinos que ceden electrones y halógenos que los atrapan como en el caso de la sal común NaCl.

#### Enlace polar

Otra posibilidad es que aunque los átomos no lleguen a ceder electrones, la nube electrónica desarrolle inhomogeneidades tales que una región de un átomo quede cargada positivamente y otra región quede cargada negativamente. En ese caso los átomos que pueden ser del mismo tipo o de especies diferentes se orientarán adecuadamente para que sus regiones de polaridad opuesta se atraigan y

compartirán los electrones de las capas externas. Este es el enlace que forman el hidrógeno, el oxígeno y otros átomos para formar las moléculas  $H_2$ ,  $O_2$  con que se presentan a temperatura ambiente.

### Enlace metálico

Un tercer tipo de enlace es el que presentan los metales. La configuración electrónica de estos elementos hacen que tiendan a ceder electrones y si no encuentran otros átomos de diferente especie dispuestos a absorberlos forman agregados de muchos átomos que comparten un conjunto de electrones. Cada átomo contribuye con uno o mas electrones llamados de valencia y cada uno de ellos no esta localizado alrededor de un átomo en particular sino que se mueven entre los átomos del conjunto.

### Conductores y aislantes

Los materiales metálicos por la misma naturaleza del enlace que se establece entre sus átomos pueden constituir objetos solidos formados por muchos átomos. En estos objetos parte de los electrones no están ligados a un núcleo en particular sino que se mueven libremente por el material. Excitados adecuadamente por la presencia de otras cargas los electrones se trasladaran efectivamente por el material estableciendo corrientes eléctricas. Es por ello que son llamados materiales conductores.

La atracción entre iones y electrones que da origen a la formación de enlaces iónicos o polares no agota los efectos de la interacción electromagnética. Debido a la naturaleza discreta de los núcleos atómicos y al hecho que el espacio que ocupan es relativamente pequeño comparado con el tamaño de los átomos la carga tampoco se distribuye uniformemente en las moléculas sino presenta regiones cargadas positivamente y regiones cargadas negativamente lo que origina una interacción electromagnética remanente entre las moléculas. Una porción macroscópica de una substancia en general está formada por muchos átomos o moléculas los cuales dependiendo de la intensidad de esa interacción remanente dan origen a una determinada temperatura a un material sólido, liquido o gaseoso. En muchos casos los electrones están estrechamente ligados a sus respectivos iones. Estos materiales no son susceptibles de transmitir corrientes eléctricas y son llamados materiales aislantes.

### Electrificación

Los cuerpos macroscópicos pueden presentar un exceso o un déficit de electrones en cuyo caso se aparecerán cargados negativa o positivamente. Esta condición se puede lograr de varias maneras. La mas sencilla es directamente por frotamiento. Un experimento sencillo que en su momento sirvió para establecer la existencia de la carga eléctrica es frotar un varilla de vidrio con un pañuelo de seda. La varilla pierde electrones y queda cargada positivamente. Igualmente si se frota una varilla de resina con un pedazo de cuero la varilla adquiere carga negativa. Se puede ver que dos varillas de vidrio o de resina preparadas de esta manera se repelen mientras una barra de vidrio y una de resina cargadas como acabamos de indicar se atraen. Si se pone en contacto una barra cargada con un material conductor parte de la carga excedente puede ser transmitida al conductor. En los conductores un razonamiento intuitivo nos dice que el exceso de carga se situará en la superficie del material. Cuando se acerca un objeto cargado a un material no conductor las cargas del signo opuesto se sentirán atraídas y habrá un ligero desplazamiento de cargas. El material no conductor será atraído por la carga.

### **Las fuerzas de contacto**

Los objetos sólidos que se encuentran en la naturaleza son en general eléctricamente neutros por lo que no interactúan eléctricamente entre si a distancia (recordemos que si lo hacen gravitacionalmente). En cambio cuando los objetos macroscópicos se acercan y se ponen en contacto ejercen entre si fuerzas cuyas componentes normal y tangencial (o de roce) son determinantes en la descripción del su movimiento. Estas fuerzas también son de naturaleza eléctrica. La fuerza eléctrica es el resultado de las repulsiones eléctricas entre los iones cercanos a las superficies de los solidos. Por su parte la fuerza de roce resulta de la interacción entre las irregularidades en la superficies de los dos cuerpos, las cuales tienen tamaños del orden de  $10^{-9} m$  (un nanómetro) cuando las superficies son lisas. Los átomos mas prominentes en la superficie de un material establecen enlaces con los equivalentes de la otra superficie. Para que pueda haber movimiento relativo entre las superficies estos enlaces deben romperse. Una vez en movimiento las superficies continúan interactuando eléctricamente aunque no se lleguen a establecer los enlaces

dando lugar a la fuerza de roce dinámica. La necesidad de romper los enlaces explica el que la fuerza de roce estática sea mayor que la dinámica. La observación de que mientras mayor sea la fuerza normal mayor es la oportunidad de que se establezcan los enlaces da soporte a las relaciones fenomenológicas

$$|\vec{\mathbf{F}}_{RD}| = \mu_D |\vec{\mathbf{N}}| \quad , \quad |\vec{\mathbf{F}}_{RE}| \leq \mu_D |\vec{\mathbf{N}}| .$$

En el caso de los materiales fluidos la interacción eléctrica remanente hace que los átomos o moléculas de la substancia se mantengan relativamente cohesos pero no alcanza para establecer la rigidez característica de los materiales sólidos. Un objeto sólido que se mueve en el fluido esta sometido a las fuerzas viscosas que no son otra cosa que el resultado de la interacción eléctrica de los átomos del fluido con los de la superficie del sólido.

### Configuraciones continuas de carga

Como dijimos arriba la carga eléctrica aparece en la naturaleza en forma discreta, asociada a un número siempre entero de protones o de electrones. Sin embargo debido a que el valor de la carga elemental  $e$  es extremadamente pequeño, a que protones y electrones ocupan regiones del espacio muy pequeñas y a que cualquier porción macroscópica de materia contiene un número muy grande de partículas del orden del número de Avogadro ( $6,02 \times 10^{23}$ ) en muchas situaciones prácticas puede obviarse el hecho de que la carga es discreta y puede en cambio describirse en términos de distribuciones continuas de carga. Típicamente en esas situaciones, por ejemplo en las experiencias de electrificación por frotamiento, se encuentran involucrados millones de electrones en regiones macroscópicamente pequeñas pero aún así mucho mas grandes que las escalas atómicas.

#### Densidades volumétricas de carga

Una primera situación de interés es un cuerpo de volumen  $V$  en el cual electrones o iones se encuentran distribuidos tridimensionalmente en todo el material. En una pequeña región  $\Delta V'$  alrededor de un punto  $\vec{\mathbf{r}}'$  habrá una carga total  $\Delta Q'$ . En el límite en que  $\Delta V'$  es muy pequeño podremos definir una densidad volumétrica de carga

$\rho(\vec{\mathbf{r}}')$  dada por,

$$\rho(\vec{\mathbf{r}}') = \lim_{\Delta V' \rightarrow 0} \frac{\Delta Q'}{\Delta V'} .$$

Equivalentemente diremos que en el punto  $\vec{\mathbf{r}}'$  hay una carga dada por  $dq' = \rho(\vec{\mathbf{r}}')dV'$ . La carga total contenida en el cuerpo es,

$$Q_V = \int_V dq' = \int_V \rho(\vec{\mathbf{r}}')dV' .$$

Aplicando el principio de superposición, la fuerza de Coulomb que esta distribución de carga ejerce sobre una carga de prueba  $q_p$  que se encuentra en el punto  $\vec{\mathbf{r}}$  es,

$$\vec{\mathbf{F}}_V = \frac{q_p}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(\vec{\mathbf{r}}')}{|\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}}'|^3} (\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}}')dV' .$$

### Densidades superficiales de carga

Según veremos en ciertas situaciones los excedentes de cargas se alojan cerca de la superficie de los cuerpos. En esos casos es útil hacer la idealización de considerar densidades de carga superficiales. Consideraremos una superficie  $S$ . En una pequeña porción  $\Delta S'$  alrededor de un punto  $\vec{\mathbf{r}}'$  supondremos que existe una carga total  $\Delta Q'$ . En el límite en que  $\Delta S'$  es muy pequeño podremos definir una densidad superficial de carga  $\sigma(\vec{\mathbf{r}}')$  dada por,

$$\sigma(\vec{\mathbf{r}}') = \lim_{\Delta S' \rightarrow 0} \frac{\Delta Q'}{\Delta S'} .$$

Ahora diremos que en el punto  $\vec{\mathbf{r}}'$  hay una carga dada por  $dq' = \sigma(\vec{\mathbf{r}}')dS'$ . La carga total contenida en el cuerpo es,

$$Q_S = \int_S dq' = \int_S \sigma(\vec{\mathbf{r}}')dS' .$$

Aplicando el principio de superposición, la fuerza de Coulomb que esta distribución de carga ejerce sobre una carga de prueba  $q_p$  que se encuentra en el punto  $\vec{\mathbf{r}}$  es,

$$\vec{\mathbf{F}}'_S = \frac{q_p}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\sigma(\vec{\mathbf{r}}')}{|\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}}'|^3} (\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}}')dS' .$$

### Densidades lineales de carga

Por último un caso aún mas idealizado que sin embargo también puede ser de utilidad en situaciones prácticas es el de las distribuciones lineales de carga. Ahora consideraremos una curva  $C$ . En una pequeña porción  $\Delta l'$  alrededor de un punto  $\vec{r}'$  supondremos que existe una carga total  $\Delta Q'$ . En el límite en que  $\Delta l'$  es muy pequeño podremos definir una densidad superficial de carga  $\lambda(\vec{r}')$  dada por,

$$\lambda(\vec{r}') = \lim_{\Delta l' \rightarrow 0} \frac{\Delta Q'}{\Delta l'} .$$

Diremos que en el punto  $\vec{r}'$  hay una carga dada por  $dq' = \lambda(\vec{r}')dl'$ . La carga total contenida en el cuerpo es,

$$Q_C = \int_C dq' = \int_C \lambda(\vec{r}')dl' .$$

Aplicando el principio de superposición, la fuerza de Coulomb que esta distribución de carga ejerce sobre una carga de prueba  $q_p$  que se encuentra en el punto  $\vec{r}$  es,

$$\vec{F}_C = \frac{q_p}{4\pi\epsilon_0} \int_C \frac{\lambda(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} (\vec{r} - \vec{r}')dl' .$$